Junio 2006 Modelo B

1° (37) Encontrar todas las matrices X cuadradas 2x2 que satisfagan la igualdad $XA = AX$ en cada uno de los siguientes casos:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} x & 3y \\ z & 3t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ 3z & 3t \end{pmatrix} \Rightarrow$ $x = x$; $3y = y \Rightarrow y = 0$; $z = 3z \Rightarrow z = 0$

$3t = 3t$

La matriz es de la forma: $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 3y & x \\ 3t & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & t \\ 3x & 3y \end{pmatrix} \Rightarrow$ $3y = z$; $x = t$; $3t = 3x$; $z = 3y$

La matriz X es de la forma: $X = \begin{pmatrix} x & y \\ 3y & x \end{pmatrix}$

2° Se considera la función $y = x^2 + 8x$

a) Calcula las coordenadas del punto

en el que la tangente es paralela a la recta $y=2$ Como ha de ser paralela la derivada f' tiene que ser igual a la pendiente de la recta:

$f'(x) = \boxed{2x+8=2} \rightarrow 2x=-6 \rightarrow x=-3$

$f(-3)=(-3)^2+8(-3)=9-24=-15$

El punto es $(-3,-15)$

b) Área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la curva $y=x^2+8x$ y la recta de ecuación $y=x+8$

Se trata del área comprendida entre dos gráficas. Estudiamos el área comprendida entre la función diferencia y el eje X.

Función diferencia $= x^2+8x-(x+8) = x^2+7x-8$

Al revés daría lo mismo

I) Recintos: $x^2+7x-8=0 \rightarrow x=\dfrac{-7\pm\sqrt{49+32}}{2}$

$x=\dfrac{-7\pm 9}{2} \begin{cases} \rightarrow 1 \\ \rightarrow -8 \end{cases}$ El único recinto es $I=(-8,1)$

II) $G(x)=\int(x^2+7x-8)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{7x^2}{2}-8x$

III) Valor de $G(x)$ en los extremos de

Los intervalos (sólo uno aquí):

$$G(-8)=\frac{(-8)^3}{3}+\frac{7(-8)^2}{2}-8(-8)=117'33$$

$$G(1)=\frac{1}{3}+\frac{7}{2}-8=-4'17$$

IV) $G(1)-G(-8)=-4'17-117'33=-122'11$

V) Área $=\boxed{122'11\,u^2}$

3º (2P) Se considera el experimento consistente en lanzar una moneda y un dado

a) Describir el espacio muestral

$$E=\{(C,1),(C,2),(C,3),(C,4),(C,5),(C,6),(+,1)\dots$$
$$(+,2)(+,3)(+,4)(+,5)(+,6)\}$$

b) probabilidad del suceso "Cara y par"

$$P(C\text{ y par})=\frac{\text{favorables}}{\text{posibles}}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0'25$$

(2P) 4º El tiempo de espera en una ventanilla sigue una distribución $N(\mu,\sigma)$, $\sigma=3m$. Se lleva a cabo un muestreo con $n=10$ y se obtiene $\bar{x}=5m$. Determina el intervalo de confianza al 95%

$95\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$; $\sigma = 3$; $n = 10$

Intervalo para μ es $\left(5 - 1'96 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}, 5 + 1'96 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}\right) = \boxed{(3'14, 6'86)}$