

6/03/09

(130) Composición de funciones

Supongamos la función $f(x) = x + 2$
y la función $g(x) = x^2$

$$x \xrightarrow{f} x+2 \xrightarrow{g} (x+2)^2$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{g(f(x))} \uparrow$$

función compuesta
de f y g .

también se escribe $g \circ f$

(143) 1° Dadas las funciones $f(x) = x + 3$
y $g(x) = \frac{5x}{2}$ halla:

$$a) f(g(2)) = f\left(\frac{5 \cdot 2}{2}\right) = 5 + 3 = 8$$

$$b) g(f(-1)) = g(-1 + 3) = g(2) = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$$

$$c) f(g(x)) = f\left(\frac{5x}{2}\right) = \frac{5x}{2} + 3$$

$$d) g(f(x)) = g(x + 3) = \frac{5(x + 3)}{2}$$

2° Si $f(x) = 2x + 3$ y $g(x) = x^2 - 2x$ obtén
la expresión de las siguientes func-

ciones:

a) $f \circ g$

b) $g \circ f$

c) $f \circ f$

d) $g \circ g$

$$\begin{aligned} \text{a) } f \circ g &= f(g(x)) = f(x^2 - 2x) = 2(x^2 - 2x) + 3 \\ &= 2x^2 - 4x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } g \circ f &= g(f(x)) = g(2x + 3) = (2x + 3)^2 - 2(2x + 3) \\ &= 4x^2 + 9 + 12x - 4x - 6 = 4x^2 + 8x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } f \circ f &= f(f(x)) = f(2x + 3) = 2(2x + 3) + 3 = \\ &= 4x + 6 + 3 = 4x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } g \circ g &= g(g(x)) = g(x^2 - 2x) = (x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) \\ &= x^4 + 4x^2 - 4x^3 - 2x^2 + 4x = x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x \end{aligned}$$

(144) $\textcircled{26^\circ}$ Si la inflación es del 4% y se mantiene durante 5 años ¿cuánto costará un terreno que hoy cuesta 12000€?

$$\text{Valor final} = 12000 \cdot 1.04^5 \approx 14600 \text{ €}$$

$\textcircled{27^\circ}$ Depositando 10000€ al 8'04% interés anual con pago mensual de intereses. Escribe la función que nos indica el capital al cabo t meses. ¿Cuánto tarda en duplicarse? CASA

(130) 1° - 2° CASA

1° $f(x) = x^2 - 5x + 3$; $g(x) = x^2$, obtén las

expresiones:

$$f(g(x)) = f(x^2) = (x^2)^2 - 5x^2 + 3 = x^4 - 5x^2 + 3$$

$$g(f(x)) = g(x^2 - 5x + 3) = (x^2 - 5x + 3)^2$$

$$f(g(4)) = 4^4 - 5 \cdot 4^2 + 3 = 256 - 80 + 3 = 179$$

$$g(f(4)) = (4^2 - 5 \cdot 4 + 3)^2 = (16 - 20 + 3)^2 = (-1)^2 = 1$$

2° Si $f(x) = \operatorname{sen} x$, $g(x) = x^2 + 5$ Halla $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$. Halla el valor de estas funciones en $x=0$ y $x=2$

$$*) f(g(x)) = f(x^2 + 5) = \operatorname{sen}(x^2 + 5)$$

$$f(g(0)) = \operatorname{sen} 5 = 0'9590$$

$$f(g(2)) = \operatorname{sen}(2^2 + 5) = \operatorname{sen} 9 = 0'4121$$

$$**) g(f(x)) = g(\operatorname{sen} x) = \operatorname{sen}^2 x + 5$$

$$g(f(0)) = \operatorname{sen}^2 0 + 5 = 0 + 5 = 5$$

$$g(f(2)) = \operatorname{sen}^2 2 + 5 = 5'8268$$

$$***) f(f(x)) = f(\sin x) = \sin(\sin x)$$

$$f(f(0)) = \sin(\sin 0) = \sin 0 = 0$$

$$f(f(2)) = \sin(\sin 2) = 0'7891$$

$$***) g(g(x)) = g(x^2 + 5) = (x^2 + 5)^2 + 5$$

$$g(g(0)) = 5^2 + 5 = 30 \quad // \quad g(g(2)) = (2^2 + 5)^2 + 5 = 81 + 5 = 86$$

(144) 27° $C = 10000 \text{ €}$

interés = $8'04\%$ anual

$m = \text{meses}$,

$$C_m = 10000 \left(1 + \frac{8'04}{1200}\right)^m$$

$$20580 = 10000 \left(1 + \frac{8'04}{1200}\right)^m$$

$$2 = \left(1 + \frac{8'04}{1200}\right)^m \rightarrow \log 2 = m \log \left(1 + \frac{8'04}{1200}\right)$$

$$m = \frac{\log 2}{\log \left(1 + \frac{8'04}{1200}\right)} = 103'8 < 9 \text{ años}$$

(131) Función inversa o recíproca de otra
 $f(x) \rightarrow f^{-1}(x)$ es inversa si

$$f(f^{-1}(x)) = x \quad \text{y} \quad f^{-1}(f(x)) = x$$

3° Si $f(x) = x+1$ y $g(x) = x-1$, comprueba
que $f(g(x)) = x$; son $f(x)$ y $g(x)$
inversas? Sí lo son porque:

$$f(g(x)) = f(x-1) = x-1+1 = x$$

$$g(f(x)) = g(x+1) = x+1-1 = x$$

1° Comprueba que $y = 2x$; $y = x/2$
son inversas

$$f(x) = 2x \rightarrow f(g(x)) = f(x/2) = 2 \cdot \frac{x}{2} = x$$

$$g(x) = x/2 \quad g(f(x)) = g(2x) = \frac{2x}{2} = x$$

(144) 22° Halla la inversa de estas
funciones: a) $y = 2 \cdot 2^{x-1}$ b) $y = 1+3^x$