15/04/09

(175) Tema 7. Introducción a las derivadas

Tasa de Variación Media de una función $f(x)$ en el intervalo $[a,b]$ es el cociente:

$$TVM[a,b] = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

(177) Ejercicio 1

Halla la TVM de $y = x^2 - 8x + 12$ en los intervalos $[1,2]$, $[1,3]$ $[1,4]$, $[1,5]$, $[1,6]$, $[1,7]$ y $[1,8]$

$$TVM[1,2] = \frac{f(2)-f(1)}{2-1} = \frac{0-5}{1} = -5$$

$$TVM[1,3] = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{9-24+12-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$TVM[1,4] = -3$$

$$TVM[1,5] = -2$$

$$TVM[1,6] = -1$$

$$TVM[1,7] = \frac{f(7)-f(1)}{7-1} = \frac{7^2-8\cdot 7+12-5}{6} = 0$$

$$TVM[1,8] = \frac{f(8)-f(1)}{8-1} = \frac{64-64+12-5}{7} = 1$$

Una función es creciente o decreciente en un intervalo si su Tasa de Variación es positiva o negativa

(194) Ejercicio

Halla la tasa de variación media de estas funciones en el intervalo [1, 3] e indica si dichas funciones crecen o decrecen en ese intervalo.

a) $f(x) = 1/x$ b) $f(x) = (2-x)^3$

c) $f(x) = x^2 - x + 1$ d) $f(x) = 2^x$

a) $f(x) = 1/x$

$$TVM[1,3] = \frac{f(3) - f(1)}{3-1} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{1}}{2} = \frac{\frac{1-3}{3}}{2} = \frac{\frac{-2}{3}}{2}$$

$TVM[1,3] = -\frac{1}{3}$ (decrece)

b) $f(x) = (2-x)^3$

$$TVM[1,3] = \frac{(2-3)^3 - (2-1)^3}{3-1} = \frac{-1-1}{2} = -1 \text{ (decrece)}$$

c) $f(x) = x^2 - x + 1$

$$TVM[1,3] = \frac{3^2 - 3 + 1 - (1^2 - 1 + 1)}{3-1} = \frac{7-1}{2} = 3 \text{ (crece)}$$

d) $f(x) = 2^x$; $TVM[1,3] = \frac{2^3 - 2^1}{3-1} = \frac{8-2}{2} = 3$ (crece)

Derivada de una función $f(x)$ en el punto $x=a$, se escribe $f'(a)$ al límite de la tasa de variación cuando b tiende a (a)

$$f'(a)=\lim_{b\to a}\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

17/4/09

CASA 1° (194)

1°) Calcula la TVM de la función en los intervalos

$$TVM=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

a) $[-2,0]$

$$TVM[-2,0]=\frac{3-1}{0-(-2)}=\frac{2}{2}=1$$

b) $[0,2]$

$$TVM[0,2]=\frac{0-3}{2-0}=-\frac{3}{2}$$

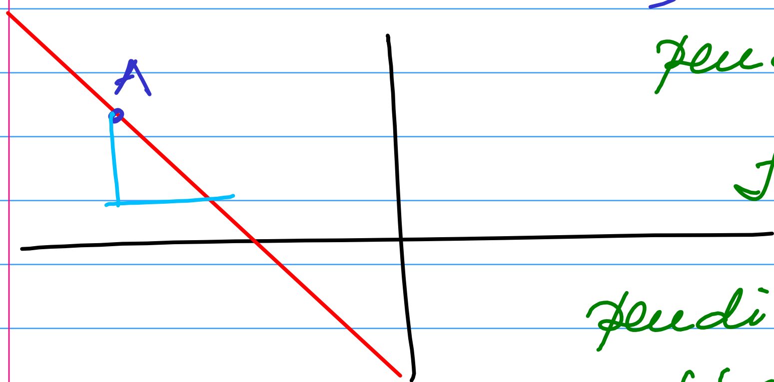
c) $[2,5]$

$$TVM[2,5]=\frac{1-0}{5-2}=\frac{1}{3}$$

La derivada a una función $f(x)$ en $x=a$ $f'(a)=\lim_{b\to a}\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

es la pendiente de la tangente a la curva en el punto $x = a$.

(194) 6º En esta función se han trazado las tangentes en los puntos A, B, C. Halla sus pendientes y di el valor de $f'(-5)$, $f'(0)$, $f'(4)$



pendiente en $A = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$

$f'(-5) = -\frac{4}{3}$

pendiente en $B = 0$

$f'(0) = 0$

pendiente en $C = \frac{2}{3}$

$f'(4) = \frac{2}{3}$

8º a) ¿En qué puntos de esta función la derivada vale cero?

para $(-3, 2)$ y $(1, 5)$

b) Cuánto vale $f'(4) = \frac{-2}{1} = -2$

c) Di para qué valores de x la derivada es negativa $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$