20/04/09

(179) 2° Halla, aplicando la definición, el valor de la derivada de $y = 5x - x^2$ en los puntos de abscisas 0, 1, 2, 4, 5. Hazlo también con la calculadora, tomando $h = 0'0001$.

$$\boxed{f'(a)} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \boxed{\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}}$$

$$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{5 \cdot h - h^2 - (5 \cdot 0 - 0^2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{5\cancel{h} - h^{\cancel{2}}}{\cancel{h}} = \lim_{h \to 0} (5 - h) = 5$$

$$\boxed{f(x) = 5x - x^2} \qquad f'(0) = 5$$

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{5(1+h) - (1+h)^2 - (5 \cdot 1 - 1^2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{5} + 5h - \cancel{1} - h^2 - 2h - \cancel{4}}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{3\cancel{h} - h^{\cancel{2}}}{\cancel{h}} = 3$$

$$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{5(2+h)-(2+h)^2-(5\cdot 2-2^2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{10}+5h-\cancel{4}-h^2-4h-\cancel{6}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{5h-h^2-4h}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}-h^{\cancel{2}}}{\cancel{h}}=1$$

$f'(4)=-3$; $f'(5)=-5$

(180) **Función derivada**

De la misma forma que hemos definido la derivada en un punto $x=a$ podemos definirla para cualquier x

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Ejemplo: Supongamos $f(x)=5x-x^2$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{5(x+h)-(x+h)^2-(5x-x^2)}{h}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{5x}+5\cancel{h}-\cancel{x^2}-h^2-2x\cancel{h}-\cancel{5x}+\cancel{x^2}}{\cancel{h}}=$$

$$=\lim_{h\to 0}(5-h-2x)=5-2x$$