9/06/09

(270) 6° Halla con la tabla Normal

a) $P(-1 \le Z \le 1) = P(Z \le 1) - P(Z \le -1) =$

$= P(Z \le 1) - (1 - P(Z \le 1)) = 2P(Z \le 1) - 1 =$

$= 2 \cdot 0'8413 - 1 = 0'6826$

b) $P(-2 \le Z \le 2) = \ldots\ldots = 2P(Z \le 2) - 1 =$

$= 2 \cdot 0'9772 - 1 = 0'9544$

c) $P(-3 \le Z \le 3) = 2P(Z \le 3) - 1 =$

$= 2 \cdot 0'9987 - 1 = 0'9974$

d) $P(-4 \le Z \le 4) = 1$

Cálculo de las probabilidades en una distribución Normal cualquiera a partir de una $N(0,1)$

$X \to N(\mu, \sigma) \xrightarrow{\text{tipificación}} Z \to N(0,1)$

(271) cambio de variable $\dfrac{X-\mu}{\sigma}$

Ejercicios

7º En una distribución $N(173, 6)$ halla las probabilidades siguientes:

a) $P(x \leq 173) = P\left(z \leq \frac{173-173}{6}\right) =$

$= P(z \leq 0) = 0'5$

b) $P(x \geq 180'5) = P\left(z \geq \frac{180'5-173}{6}\right) =$

$= P(z \geq 1'25) = 1 - P(z < 1'25) = 1 - 0'8944 =$

$= 0'1056$

c) $P(174 \leq x \leq 180'5) = P\left(\frac{174-173}{6} \leq z \leq \frac{180'5-173}{6}\right)$

$= P(0'167 \leq z \leq 1'25) = P(z \leq 1'25) - P(z \leq 0'167)$

$= 0'8944 - 0'5675 = 0'3269$

d) $P(161 \leq x \leq 180'5) = P\left(\frac{161-173}{6} \leq z \leq \frac{180'5-173}{6}\right)$

$= P(-2 \leq z \leq 1'25) =$

$= P(z \leq 1'25) - P(z \leq -2) =$

$= 0'8944 - (1 - 0'9772) = 0'8716$

f) $P(x = 174) = 0$

g) $P(x > 191)$

h) $P(x < 155)$

(278) (11°) La talla media de 200 alumnos de un centro escolar es de 165 cm, y la desviación típica, 10 cm. Si las tallas se distribuyen normalmente, calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar mida más de 180 cm. ¿Cuántos alumnos puede esperarse que midan más de 180 cm?

x = talla

$X \rightarrow N(165, 10)$

$$P(X > 180) = P\left(Z > \frac{180-165}{10}\right) = P(Z > 1'5)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1'5) = 1 - 0'9332 = 0'0668 = 6'68\%$$

$200 \cdot 0'0668 = 13'36 \simeq 13$ alumnos tienen más de 180 cm

(279) (12°) Los pesos de 2000 soldados se distribuyen normal de media 65 Kgr y desviación típica 8 Kgr. Calcula la probabilidad de que un soldado elegido al azar pese:

a) Más de 61 Kgr.

b) Entre 63 y 69 Kgr.

c) Menos de 70 Kgr.

d) Más de 75 Kgr.

Peso $= X \longrightarrow N(65, 8)$

a) $P(X > 61) = P\left(Z > \frac{61-65}{8}\right) = P(Z > -0'5)$

$= P(Z \leq 0'5) = 0'6915$

b) $P(63 < X < 69) = P\left(\frac{63-65}{8} < Z < \frac{69-65}{8}\right) =$

$= P(-0'25 < Z < 0'5) = P(Z < 0'5) - P(Z < -0'25) =$

$= P(Z < 0'5) - (1 - P(Z \leq 0'25)) = 0'6915 - (1 - 0'5987)$

$= 0'2902$

c) $P(X < 70) = P\left(Z < \frac{70-65}{8}\right) = P(Z < 0'625)$

$= \left\{ \begin{array}{l} P(Z < 0'62) = 0'7324 \\ P(Z < 0'63) = 0'7357 \end{array} \right\} \longrightarrow 0'7340$

d) CASA. $P(X > 75) = P\left(Z > \frac{75-65}{8}\right) =$

$= P(Z > 1'25) = 1 - P(Z \leq 1'25) = 1 - 0'8944$
$= 0'1056$

(272) Aproximación de una Binomial mediante una normal

$$\boxed{\text{Si } n\cdot p \geq 5 \text{ y } n\cdot q \geq 5 \text{ entonces } B(n,p) \approx N\left(np, \sqrt{npq}\right)}$$

(273) 1º Calcula mediante la Normal correspondiente las siguientes probabilidades binomiales

a) X es $B(100, 0'1)$ Calcula $P(X=10)$, $P(X<2)$ y $P(5<X<15)$

$n = 100$

$p = 0'1$

$q = 0'9$

$n\cdot p = 100 \cdot 0'1 = 10 > 5$

$n\cdot q = 100 \cdot 0'9 = 90 > 5$

$\sqrt{npq} = \sqrt{9} = 3$

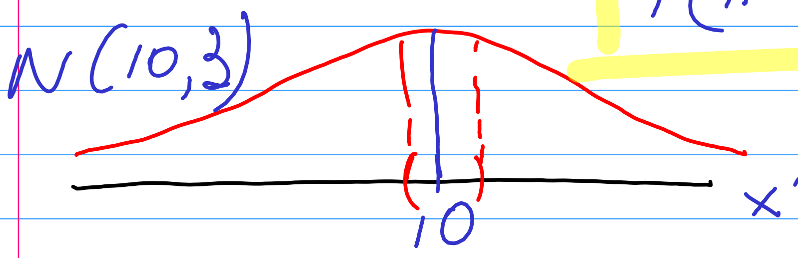
Entonces:

$$\underset{X}{B(100, 0'1)} \approx \underset{X'}{N(10, 3)} \longrightarrow \underset{Z}{N(0,1)}$$

$$P(X=10) = \binom{100}{10} 0'1^{10} \cdot 0'9^{90} = \boxed{0'132}$$

$$P(X=10) = P(10-0'5 < X' < 10+0'5) =$$

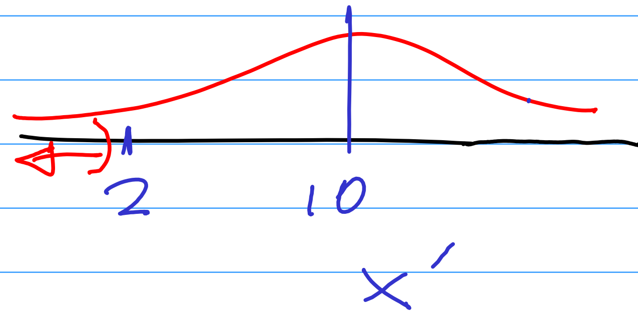
$$= P(9'5 \leq X' \leq 10'5) =$$



$$= P\left(\frac{9'5-10}{3} < Z < \frac{10'5-10}{3}\right) = P(-0'17 < Z < 0'17)$$

$$= 2P(Z < 0'17) - 1 = 2 \cdot 0'5675 - 1 = \boxed{0'135}$$

$$\boxed{P(X < 2)} = P(X' \le 1'5) =$$

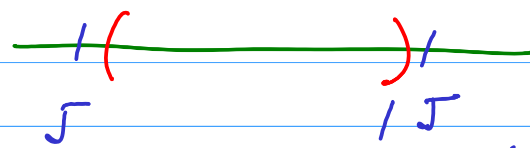


$$= P\left(Z \le \frac{1'5-10}{3}\right) =$$

$$= P(Z \le -2'83) = 1 - P(Z \le 2'83) =$$

$$= 1 - 0'9977 = \boxed{0'0023}$$

$$P(5 < X < 15) =$$



$$= P(5'5 \le X \le 14'5) = P\left(\frac{5'5-10}{3} \le Z \le \frac{14'5-10}{3}\right)$$

$$= P(-1'5 \le Z \le 1'5) = 0'8664$$

CASA