18/9/09

I) ÁLGEBRA

1) Sistemas de ecuaciones. Método de Gauss

Ecuación lineal: Es una ecuación polinómica de grado uno con una o varias incógnitas. Ejemplo: $x + 2y = 2$;
$x - 2y + 2z - 3t = 4$

$x - \sqrt{y} = 3$; $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 5$ No son lineales

Ecuaciones equivalentes: Son las que tienen las mismas soluciones. Si a los dos miembros de una ecuación los multiplicamos o dividimos por un mismo número, distinto de cero, obtenemos una ecuación equivalente. Ejemplo:

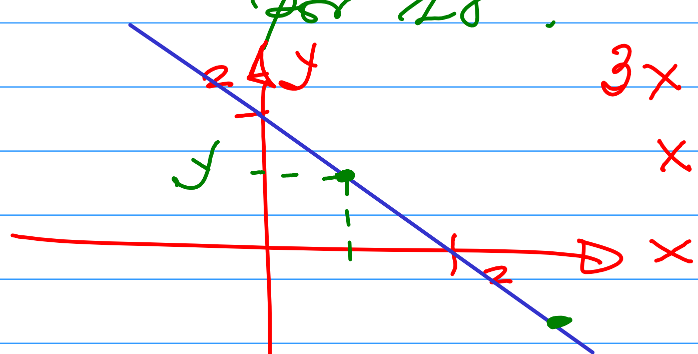
$\frac{x}{3} - \frac{4y}{6} = 3$ es equivalente a

$6x - 12y = 54$. Hemos multiplicado por 18.

$3x = 9$
$x = 3$

$x + y = 2$

x	y
0	2
2	0



$$\boxed{\begin{array}{l} y = k \\ x = 2 - k \end{array} \quad k \in \mathbb{R}}$$

Sistemas de ecuaciones lineales:

Varias ecuaciones dadas conjuntamente para determinar las soluciones comunes.

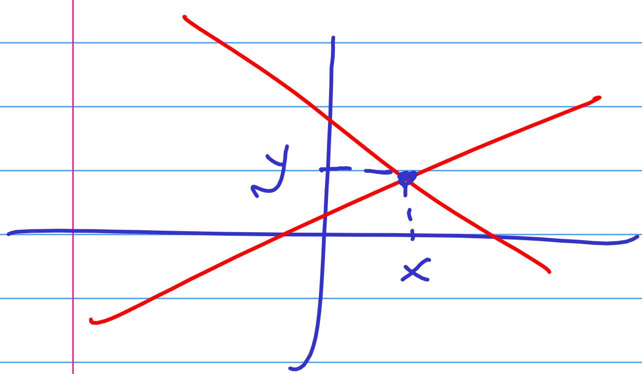
- Si tienen dos incógnitas representan varias rectas. El punto de corte de ellas determina la solución.

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = 7 \end{cases}$$

No tiene solución. Se trata de rectas paralelas

$$\begin{cases} -x + 3y = 2 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$$

Tiene una solución: El punto de corte de ambas rectas.



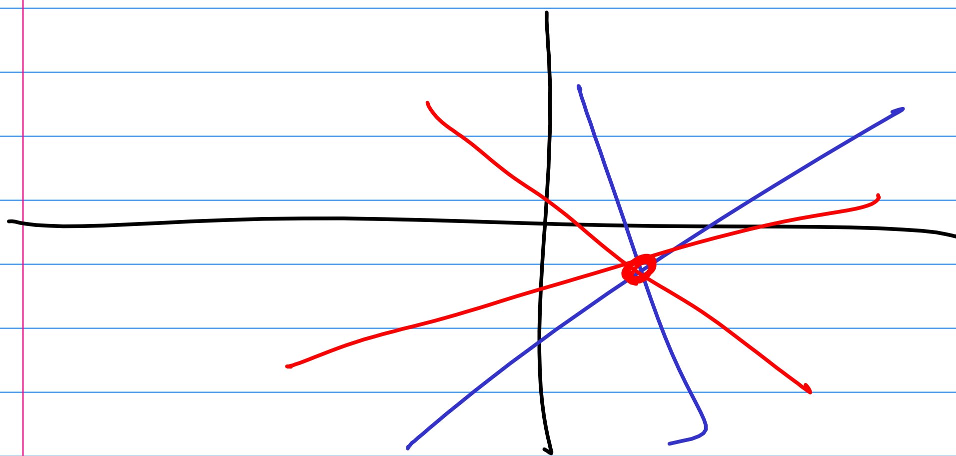
22/9/09

- Si tienen tres incógnitas cada ecuación representa un plano. Resolver el sistema es hallar el punto o puntos en común de todos ellos.

Sistemas equivalentes:

Son los que tienen las mismas soluciones

Ejemplo: $\begin{cases} 3x - 2y = 13 \\ x - 8y = 19 \end{cases}$ y $\begin{cases} 6x + 2y = 14 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$



Sin embargo sus ecuaciones no son equivalentes porque no se obtienen multiplicando o dividiendo por número distinto de cero

Transformaciones válidas en un sistema de ecuaciones. Son las que convierten el sistema en otro equivalente

1º Multiplicar o dividir los dos miembros por números distintos de cero

2º Añadir o suprimir una ecuación que sea combinación lineal de las demás.

3º Sustituir una ecuación por el resultado de sumarle otra multiplicada por un número.

(29) ¿ Sin resolver explica por qué son equivalentes.

a) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=7 \end{cases} \quad \begin{matrix} \xrightarrow{1^a} \\ \xrightarrow{2^a+1^a} \end{matrix} \quad \begin{cases} x+y=5 \\ 3x \quad =12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y-z=5 \\ x+y \quad =7 \end{cases} \quad \begin{matrix} \xrightarrow{2^a-1^a} \\ \xrightarrow{2^a} \end{matrix} \quad \begin{cases} z=2 \\ x+y=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y-z=5 & 2^a-1^a \\ x+y \quad =7 & 2^a \\ \cancel{2x+2y-z=12} & 1^a+2^a \end{cases} \quad \begin{cases} z=2 \\ x+y=7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y-z=11 \\ x+2y-z=7 \end{cases}$ (CASA) $\begin{cases} x+y-z=11 \\ y=-4 \end{cases}$

Sistemas de ecuaciones con solución y sin solución

- Los sistemas de ecuaciones con solución se llaman compatibles y los que no tienen incompatibles

- Los sistemas compatibles pueden tener una solución (determinados) o infinitas (indeterminados).

Sistemas Escalonados

Son sistemas muy fáciles de resolver porque de abajo arriba se va obteniendo sucesivamente el valor de las incógnitas

(32) 1º Reconoce como escalonado y resuelve

a) $\begin{cases} 3x = 7 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ $\begin{array}{l} \rightarrow x = 7/3 \\ \rightarrow -2y = 5 - 7/3 = 8/3 \rightarrow y = -4/3 \end{array}$

b) $\begin{cases} 2x = 6 \\ x + y + 3z = 7 \\ 5x - z = 4 \end{cases}$ $\begin{array}{l} \rightarrow x = 3 \\ \rightarrow y = 7 - 3 - 33 = -29 \\ \rightarrow z = 5 \cdot 3 - 4 = 11 \end{array}$

c) $\begin{cases} 2x - 2t = 6 \\ x + y + 3z = 7 \\ 5x - z + t = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x = 6 + 2t \\ x + y + 3z = 7 \\ 5x - z = 4 - t \end{cases}$