19/01/10 Funciones elementales

(106) Concepto de función

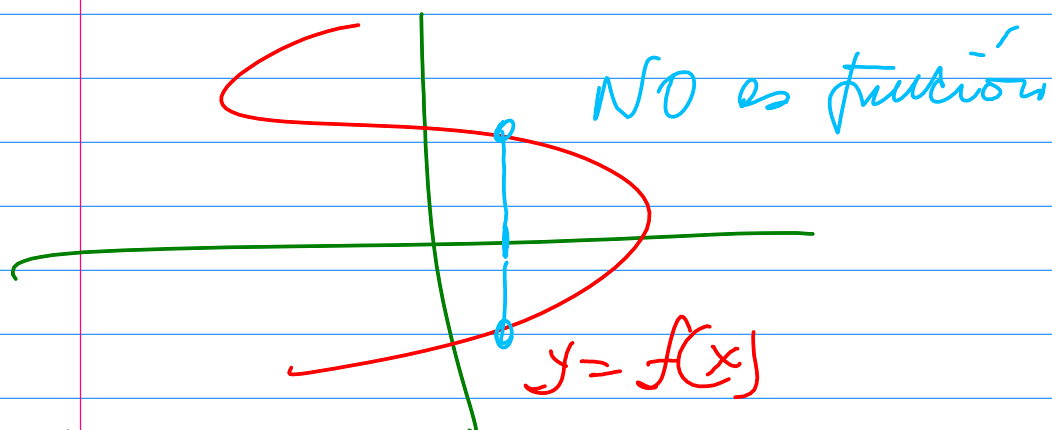
Una función real de variable real es una correspondencia entre dos conjuntos de números, de tal forma que a cada elemento del conjunto inicial le corresponde un elemento y sólo uno del conjunto final.

Se relacionan así dos variables numéricas que suelen llamarse x e y.

x: variable independiente

y: variable dependiente

$$\boxed{y = f(x)}$$



(107) Dominio de definición de una función, se escribe Dom, y es el conjunto de valores para los que existe la función.

(10) Halla el dominio de las funciones

a) $y = \sqrt{x^2+1}$; Dom = $\mathbb{R}$

b) $y = \sqrt{x-1}$; La raíz cuadrada existe si $\boxed{x-1 \geq 0}$

$x \geq 1 \iff [1, +\infty)$

$$\boxed{Dom = [1, +\infty)}$$

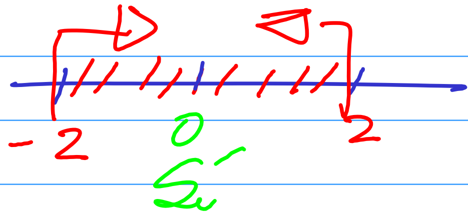
c) $y = \sqrt{1-x}$; existe raíz si $\boxed{1-x \geq 0}$

$1 - x \geq 0$; $1 \geq x$

$$\boxed{Dom = (-\infty, 1]}$$

d) $y = \sqrt{4-x^2}$; $4 - x^2 \geq 0$; $x^2 - 4 = 0$

$x = \pm 2$



$Dom = [-2, 2]$

e) $y = \frac{1}{x}$; En una fracción algebraica, los valores de x que anulan el denominador hacen que la función no exista.

La función no existe en $x = 0$

$\boxed{Dom = \mathbb{R} - \{0\}} \iff (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

m) $y = \frac{1}{x^2}$; $Dom = \mathbb{R} - \{0\}$

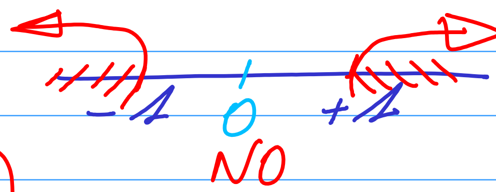
n) $y = \dfrac{1}{x^2-4}$; $x^2 - 4 = 0$; $x^2 = 4$; $x = \pm 2$

$Dom = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

f) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$; La función sólo existe si $\boxed{x^2-1>0}$

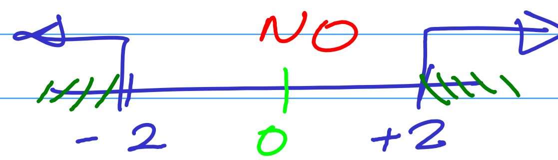
$x^2 - 1 = 0 \to x = \pm 1$ . . . .

20/01/10



$\boxed{Dom = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)}$

e) $y = \sqrt{x^2-4}$; La función existe si $x^2 - 4 \geq 0$ Resolvemos la inecuación y la solución es el Dominio. $x^2 - 4 = 0$; $x^2 = 4$; $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$



$\boxed{Dom = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)}$

g) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$; La función sólo existe si $x - 1 > 0$; $\boxed{x > 1}$

$\boxed{Dom = (1, +\infty)}$

h) $y = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$; El dominio son los valores que cumplen: $1 - x > 0$; $\boxed{1 > x}$

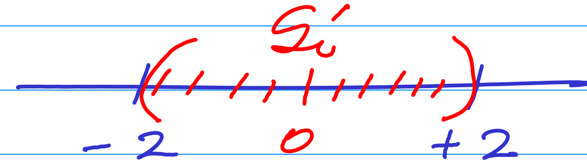
$\boxed{Dom = (-\infty, 1)}$

i) $y = \dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$; La función existe si

$4-x^2>0$; $4-x^2=0$

$4=x^2$; $x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

$$\boxed{Dom = (-2,2)}$$

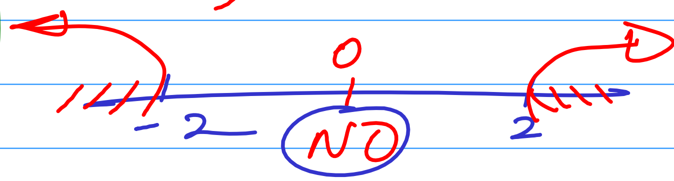


j) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-4}}$; El dominio son los valores que hacen

$\boxed{x^2-4>0}$; $x^2-4=0$

$x^2=4$; $x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

$$\boxed{Dom=(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)}$$



k) $y = x^3-2x+3$

Todas las funciones polinómicas tienen Dominio $=\mathbb{R}$

$Dom=\mathbb{R}$

ñ) $y=\dfrac{1}{x^2+4}$

Como $x^2+4=0$ no tiene solución, no hay ningún valor que anule el denominador

$Dom=\mathbb{R}$

o) $y=\dfrac{1}{x^3+1}$;

Buscamos valores que hagan $x^3+1=0$

$x^3=-1$

$x=\sqrt[3]{-1}=-1$

$Dom=\mathbb{R}-\{-1\}$

P) El Área de un cuadrado de lado l, $\boxed{A = l^2}$ Dom $= (0, +\infty)$

(123) 2° CASA

(108) Funciones lineales

Son de la forma $\boxed{y = mx + n}$

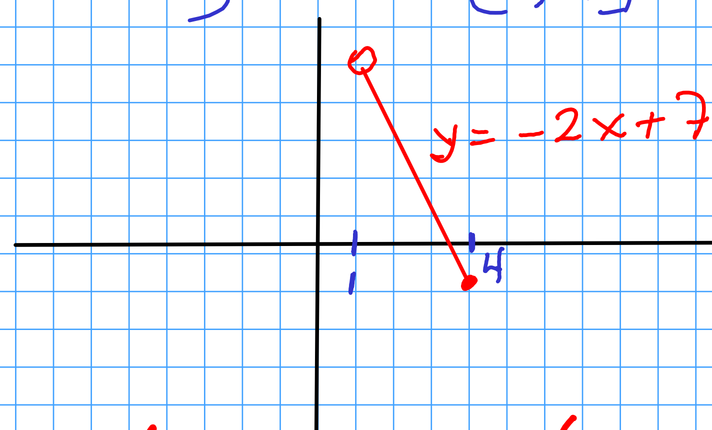
pendiente

ordenada en el origen

Ejemplo: $y = 3x + 2$

1° Representa la función $y = -2x + 7$, $x \in (1, 4]$

x	y
1	5
4	-1



Forma punto-pendiente de una recta

Si una recta tiene pendiente m y pasa por el punto (x_0, y_0), su ecuación es: $y = m(x - x_0) + y_0$

Ejemplo Una recta tiene pendiente 3 y pasa por $(1, -2)$. Halla ecuación

$m = 3 \quad (x_0, y_0) = (1, -2)$ La ecuación es:

$$\boxed{y = 3(x-1) - 2} \; ; \; y = 3x - 3 - 2$$

$$\boxed{y = 3x - 5}$$

Ejemplo:

recta: $m = -2$ Pasa por $(-1, 0)$

$$y = -2(x+1) + 0 \; ; \; \boxed{y = -2x - 2}$$

Ecuación de una recta que pasa por dos puntos: (x_0, y_0) e (x_1, y_1)

La ecuación es: $\boxed{\dfrac{y - y_0}{x - x_0} = \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}$

(123) 8° Escribe las ecuaciones de las rectas

a) Pasa por $P(1, -5)$; $Q(10, 11)$

(x_0, y_0) (x_1, y_1)

$$\frac{y+5}{x-1} = \frac{11+5}{10-1} \; ; \; \frac{y+5}{x-1} = \frac{16}{9} \; ;$$

$$9y + 45 = 16x - 16 \; ; \; 9y = 16x - 16 - 45$$

$$9y = 16x - 61 \; ; \; \boxed{y = \frac{16x}{9} - \frac{61}{9}}$$

CASA

21/01/10

b) Pasa por $(-7, 2)$ y $m = -0'75$

$$y = -0'75\,(x+7) + 2 = \boxed{-0'75x - 3'25}$$

c) Corta en los ejes en $(3'5, 0)$, $(0, -5)$

(x_0, y_0) (x_1, y_1)

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x - x_0}; \quad \frac{y - 0}{x - 3'5} = \frac{-5 - 0}{0 - 3'5};$$

$$\boxed{\frac{y}{x - 3'5} = \frac{+5}{+3'5}}; \quad y = \frac{5}{3'5}(x - 3'5) = \boxed{\frac{5}{3'5}x - 5}$$

d) Es paralela a $3x - y + 1 = 0$ y pasa por $(-2, -3)$

(x_0, y_0)

$y = 3x + 1$

$m = 3$

$y = mx + n$

$\downarrow$

pendiente

$$y = m(x - x_0) + y_0$$

$$y = 3(x+2) - 3 = 3x + 6 - 3 = \boxed{3x + 3}$$

(108) 2° Una función lineal f cumple que $f(3) = 5$, $f(7) = -4$ $\text{Dom} f = [0, 10]$

Calcula su ecuación y represéntala

$y = f(x)$

$\underset{y_0}{5} = f(\underset{x_0}{3})$

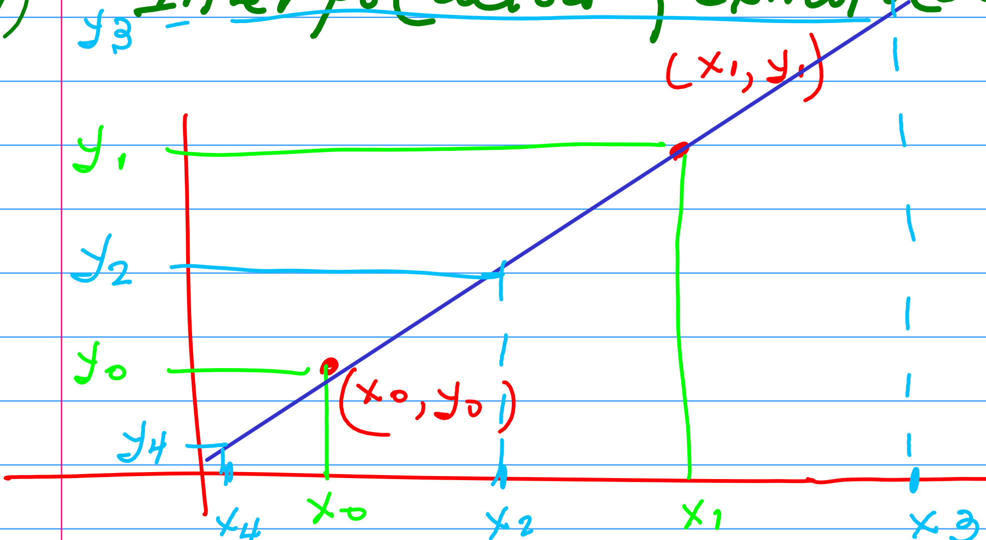
Tenemos dos puntos $\underset{(x_0, y_0)}{(3,5)}$ $\underset{(x_1, y_1)}{(7,-4)}$

$$\frac{y-y_0}{x-x_0} = \frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}; \quad \boxed{\frac{y-5}{x-3}} = \frac{-4-5}{7-3} = \boxed{\frac{-9}{4}}$$

$$y-5 = -\frac{9}{4}(x-3); \quad y = -\frac{9}{4}(x-3)+5 = -\frac{9}{4}x + \frac{27}{4} + 5$$

$$\boxed{y = -\frac{9}{4}x + \frac{47}{4}}$$

(109) Interpolación y extrapolación lineal



Interpolar es calcular valores intermedios a un intervalo conocido.

Extrapolar es calcular valores fuera de un intervalo conocido

En ambos casos hay que suponer que hay una línea recta que los une a todos

(109) 1° ← CASA → (123) 2° 4° 9°