Modelo de selectividad 2007-2008

OPCIÓN B

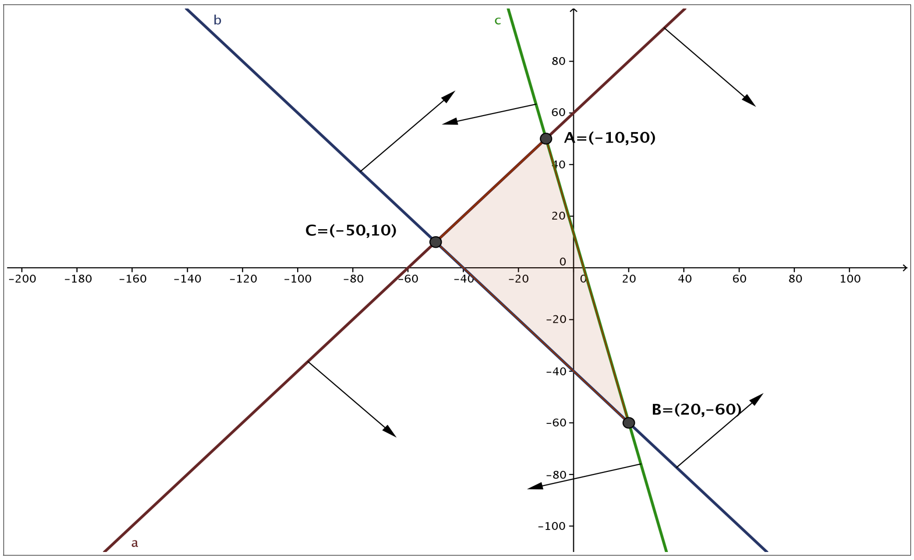
Ejercicio 1º *(3 puntos)*

a) Representa la región del plano dada por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} -x + y \leqslant 60 \\ x + y \geqslant -40 \\ 11x + 3y \leqslant 40 \end{cases}$$

b) Maximiza la función f(x,y)=10x-y en la región obtenida.
c) Minimiza la función g(x,y)=x-10y

a) Representamos las ecuaciones de cada una de las desigualdades.



Los vértices de la region factible son A, B y C

b) La función *f(x,y)* alcanza el valor máximo en el punto B=(20,-60)

	A=(-10,50)	B=(20,-60)	C=(-50,10)
f(x,y)=10x-y	-150	**260**	-510

c) La función *g(x,y)* alcanza el valor mínimo en el punto A=(-10,50)

	A=(-10,50)	B=(20,-60)	C=(-50,10)
g(x,y)=x-10y	**-510**	620	-150

Ejercicio 2º *(3 puntos)*

Dada la función real de variable real definida por: $f(x)=x^3-6x^2+9x$
se pide determinar:
a) Los puntos en los que la gráfica de f corta a los ejes coordenados.
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.
c) El área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función y el eje X.

a) Cortes con eje Y, hacemos x=0: f(0)=0

Cortes con X, hacemos f(x)=0
Se obtienen dos valores: x=0; x=3

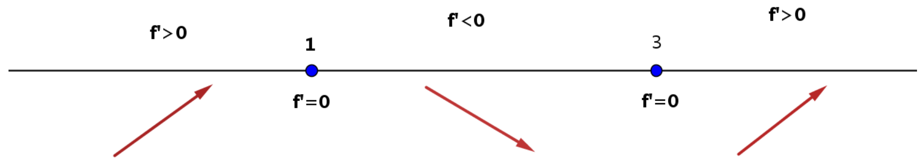
$$x^3-6x^2+9x=x(x^2-6x+9)=0 \rightarrow x=0$$

$$x^2-6x+9=0 \quad x=\frac{6\pm\sqrt{36-36}}{2}=3$$

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.
Hallamos la derivada primera de la función y estudiamos su signo, para ello la igualamos a cero y hallamos los valores donde se anula:

$$f'(x)=3x^2-12x+9=0 \rightarrow x=3; \quad x=1$$

Representamos ambos valores y miramos el valor en cada uno de los intervalos.



f(x) es **creciente** en: $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$ y **decreciente** en (1,3). Aunque el ejercicio no lo pide, la función tiene un máximo en x=1 y un mínimo en x=3

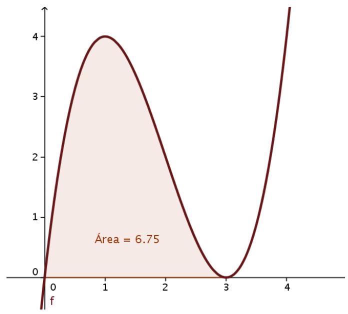
c) El área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función y el eje X.
Como los puntos de corte de la función con el eje X son x=0 y x=3 sólo tenemos ese recinto de integración: (0,3)

I) $$G(x)=\int f(x)=\int (x^3-6x^2+9x)=\frac{x^4}{4}-\frac{6\cdot x^3}{3}+\frac{9\cdot x^2}{2}$$

II) $$G(0)=0\,;\ \ G(3)=\frac{3^4}{4}-\frac{6\cdot 3^3}{3}+\frac{9\cdot 3^2}{2}=6{,}75$$

III) **Área**: G(3)-G(0)=**6.75**

Aunque no lo pide el ejercicio la gráfica de la función es ésta:



Ejercicicio 3º *(2 puntos)*
La orquesta musiquera está formada por tres tipos de instrumentos: 30 de madera, 15 de viento y 5 de percusión. La víspera del concierto se ponen enfermos dos músicos. Calcular la probabilidad de que:

a) Ambos toquen instrumentos de viento:

b) Ambos toquen el mismo tipo de instrumento.

a) P(2 viento)=15/50.14/49=**0,0857**

b) P(2 v)+P(2 m)+P(2 p)= 15/50.14/49+ 30/50.29/49+ 5/50.4/49=**0,4490**

Ejercicicio 4º *(2 puntos)*
Para conocer la producción media de sus olivos, un olivarero escoge al azar 10 de ellos, pesa su producción de aceitunas y obtiene los siguientes valores, expresados en kg:

175, 180, 210, 215, 186, 213, 190, 213, 184, 195

Sabemos que la producción sigue una distribución normal con desviación típica 15,3
Se pide estimar la producción media del olivar con un nivel de confianza del 95%

$$\sigma=15{,}3\,;\ \ n=10\,;\ \ 95\%\ \rightarrow\ z_{\alpha/2}=1{,}96\,;\quad \bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{1961}{10}=196{,}1$$

$$\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(196{,}1-1{,}96.\frac{15{,}3}{\sqrt{10}}\,;196{,}1+1{,}96.\frac{15{,}3}{\sqrt{10}}\right)=(186{,}5\,;205{,}6)$$

El intervalo de confianza para la producción media del olivar es: **(186,5;205,6)**