

## Modelo de selectividad 2007-2008

### OPCIÓN A

#### Ejercicio 1º (3 puntos)

Dadas las matrices  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & n & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Halla los valores de  $n$  para los que la matriz  $A$  tiene inversa.

b) Resuelve la ecuación matricial  $A \cdot X = B$  para  $n=3$

a) El determinante de  $A$  es  $n-2$ ; cuando  $n=2$ , es cero y, por tanto, no existe la inversa de  $A$ . La inversa de  $A$  existe para  $n \neq 2$   $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & n & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = n-2$

b) Resolver la ecuación matricial para  $n=3$  es despejar la matriz  $X$  en la ecuación  $A \cdot X = B$ ; multiplicamos ambos términos por la inversa de  $A$ ,  $A^{-1}$ , que en este caso sí existe y obtenemos:  $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \rightarrow X = A^{-1} \cdot B$

Tenemos que hallar la matriz inversa de  $A$ , que es:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ Entonces, } X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ es la solución.}$$

#### Ejercicio 2º (3 puntos)

Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$$

a) Calcula sus asíntotas y esboza su gráfica

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica en  $x=0$

La función es simétrica respecto al eje  $Y$  ( $f(-x)=f(x)$ ), y podríamos estudiarla sólo para valores positivos de  $x$ , es decir en el intervalo  $[0, \infty)$ . Lo haremos sin tener en cuenta esta situación aunque simplificaría el cálculo.

a) **Asíntotas verticales**, cuando el denominador se hace cero:

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \text{ Tenemos dos asíntotas: } x = -2; x = 2$$

$$\text{Para } x = -2 \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = -\infty$$

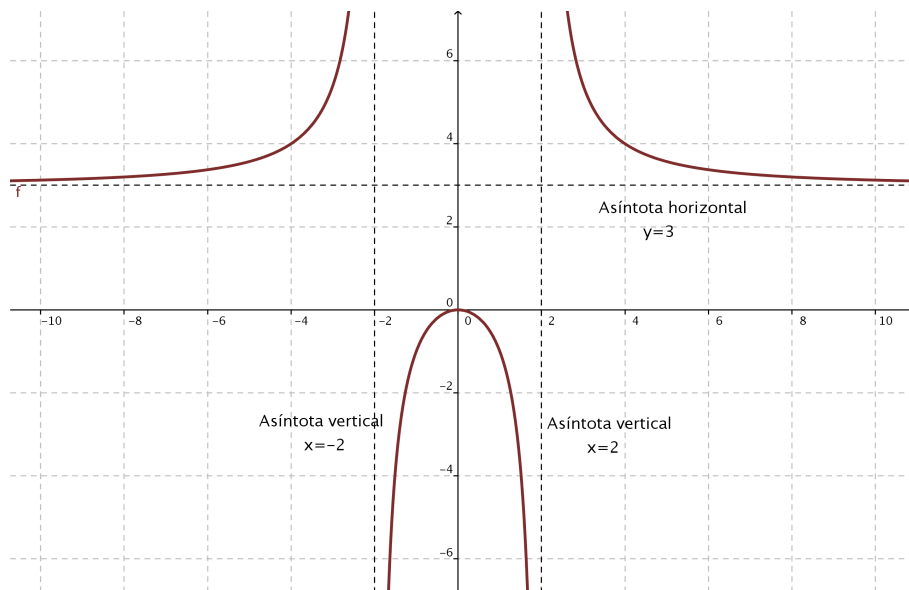
$$\text{Para } x = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = +\infty$$

**Asíntotas horizontales**, cuando  $x$  se hace infinito (positivo o negativo) y la función toma un valor finito. En este caso es:  $y=3$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = 3 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = 3$$

Como para valores mayores de 2 ó menores que -2 el cociente siempre es mayor que 3 (puedes comprobarlo con la calculadora) entonces la curva va por encima de la asíntota, fuera del intervalo  $[-2, 2]$

**Gráfica:** Para esbozar la gráfica podemos estudiar también el punto de corte con los ejes, que es el  $(0,0)$ . Junto a este punto y ayudándonos de la posición de la curva respecto de las asíntotas podemos esbozar su gráfica, que tiene este aspecto:



b) **Tangente a la gráfica en  $x=0$**

$$f'(x) = \frac{-24x}{(x^2-4)^2} \rightarrow f'(0) = 0 \quad \text{La recta tangente es: } y - f(0) = f'(0) \cdot (x - 0) \rightarrow y = 0$$

**Ejercicio 3º (2 puntos)**

Un instituto tiene 2 grupos de 2º de Bachillerato. El grupo A está formado por 18 alumnas, de las cuales 5 juegan al baloncesto, y 12 alumnos, 7 de los cuales juegan al mismo deporte. El grupo B está formado por 12 alumnas, 4 de ellas jugadoras de baloncesto, y 13 alumnos, 7 de los cuales practican baloncesto.

a) Si se elige un estudiante de 2º de Bachillerato al azar, calcular la probabilidad de que sea mujer.

b) ¿En qué grupo es más probable elegir al azar un estudiante que juegue al baloncesto?

a) Si elegimos un grupo al azar y dentro de él elegimos una persona, no todos los estudiantes tendrían la misma probabilidad de salir elegidos, así es que consideraremos una única lista con los estudiantes de los dos grupos, en total 55 estudiantes, 30 de los cuales son chicas.

$$P(m) = \frac{30}{55} = 0,5455$$

$$b) P(b/A) = 12/30 = 0,4$$

$$P(b/B) = 11/25 = 0,44$$

En el grupo B la probabilidad de elegir un estudiante que practica baloncesto es mayor

**Ejercicio 4º (2 puntos)**

La edad de la población que vive en residencias de mayores en Madrid sigue una distribución normal de desviación típica 7,3 años. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 50 ¿Se puede asegurar que la edad media de la población difiere en menos de 2 años de la media de la muestra con un nivel de confianza del 95%?

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \sigma = 7,3; n = 50; 95\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$E = 1,96 \cdot \frac{7,3}{\sqrt{50}} = 2,0235$$

Se trata de ver el error máximo que se comete en esa estimación y ver si es mayor o menor que el valor que se indica, 2 años.

Por tanto, no se puede asegurar que la diferencia entre la edad media de la muestra y la de la población difiera menos de 2 años, con ese nivel de confianza.