25/05/09

modelo 2008-09 opción B

1º (37)

$$\begin{cases} 16x + 50y + 80z = 7500 \\ x + y + z = 200 \\ x = y + z \end{cases}$$ (**)

$$\begin{cases} 66y + 96z = 7500 \\ (*)\ (2y + 2z = 200)(-33) \end{cases}$$

$30z = 900 \rightarrow \boxed{z = 30}$

(*) $2y + 60 = 200 \rightarrow y = \frac{200 - 60}{2} = \boxed{70}$

(**) $x = y + z = 70 + 30 = \boxed{100}$

2º (37)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ x + a & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \\ -x^2 + 5x + b & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

a) Calcula a y b para que sea continua en x = 2, en x = 5

$\boxed{x = 2}$ $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2^2 = 4 \;\Big|\Big|\; \lim_{x \to 2^+} f(x) = 2 + a \;\Big|\Big|\; f(2) = 2 + a$

para que $f(x)$ sea continua en $x=2 \Rightarrow \boxed{a=2}$

$\boxed{x=5}$ $\lim_{x \to 5^-} f(x) = 5+2=7$ || $\lim_{x \to 5^+} f(x) = -25+25+b = b$

$f(5) = 5+2 = 7 \Rightarrow \boxed{b=7}$

b) para $a=1$, $b=6$ Calcula $f'(1)$ $f'(7)$

f es continua en $x=1$, $x=7$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x<2 \\ 1 & \text{si } 2<x<5 \\ -2x+5 & \text{si } x>5 \end{cases}$$

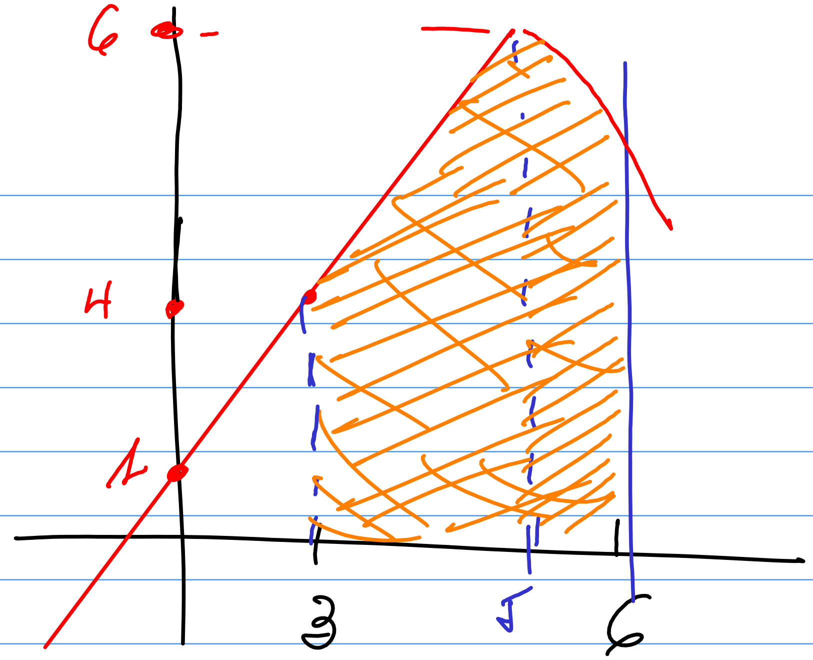
$\boxed{f'(1)} = 2 \cdot 1 = 2$; $\boxed{f'(7)} = -2 \cdot 7 + 5 = -9$

$f'(5) \nearrow f'(5^-) = 1$ no lo piden

$\searrow f'(5^+) = -2 \cdot 5 + 5 = -5$

c) para $a=1$, $b=6$ calcula $\int_3^6 f(x)\,dx$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x<2 \\ x+1 & \text{si } 2 \le x \le 5 \\ -x^2+5x+6 & \text{si } x>5 \end{cases}$$



$$\int_3^6 f(x) = \int_3^5 (x+1) + \int_5^6 (-x^2+5x+6)$$

Recinto $[3,5] \to G(x) = \frac{x^2}{2} + x$ $\begin{cases} G(5) = \frac{25}{2} + 5 = \frac{35}{2} \\ G(3) = \frac{9}{2} + 3 = \frac{15}{2} \end{cases}$

$$\int_3^5 (x+1) = G(5) - G(3) = \frac{35}{2} - \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Recinto $[5,6] \to G(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 6x$

$$G(6) = -72 + 90 + 36 = 54$$

$$G(5) = -\frac{125}{3} + \frac{125}{2} + 30 = \frac{-250+375+180}{6} = \frac{305}{6}$$

$$\int_5^6 (-x^2+5x+6) = G(6) - G(5) = 54 - \frac{305}{6} = \frac{19}{6}$$

$$\int_3^6 f(x) = 10 + \frac{19}{6} = \frac{79}{6}$$

modelo 2008-9 modelo A

1º) (3p) Se considera la matriz dependiente del parámetro real K:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & K \\ K & 1 & K \end{pmatrix}$$

a) Determínense los valores de k para los que A tiene inversa
b) Para k=2 calcúlese (si existe) A^{-1}
c) Para K=1, calcúlese $(A-2A^T)^2$, siendo A^T transpuesta de A

a) $|A| = -\cancel{K} + K^2 + \cancel{K} - K = 0 \rightarrow K^2 - K = 0$ $\rightarrow K=0$, $\rightarrow K=1$

si $K \neq 0, 1$ existe A^{-1}

b) $K=2 \rightarrow$ $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $|A| = K^2 - K = 4 - 2 = 2$

Adjuntos: $A_{11} = 0$; $A_{12} = 2$; $A_{13} = -1$
$A_{21} = -2$; $A_{22} = -2$; $A_{23} = 3$
$A_{31} = 2$; $A_{32} = 2$; $A_{33} = -2$

La matriz inversa es la transpuesta de los adjuntos dividida por el determinante de la matriz:

$$A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1/2 & 3/2 & -1 \end{pmatrix}$$

c) $K=1$; $A - 2A^T = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

$$(A-2A^T)^2=\begin{pmatrix}1&-1&-2\\-1&-1&-1\\1&-1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1&-2\\-1&-1&-1\\1&-1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2&1\\-1&3&4\\1&1&0\end{pmatrix}$$

2º) Se considera la fución real de variable real f(x)=x³+ax²+bx;   a y b €R
a) ¿Qué valores deben tomar a y b para que f tenga un máximo relativo en el punto P=(1,4)?
b) Para a=-2, b=-8, determínense los puntos de corte con los ejes y los puntos de inflexión de dicha gráfica.
c) Para a=-2, b=-8, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje X.

a) $f'(x)=3x^2+2ax+b$; $f'(1)=3+2a+b=0$

$f(1)=1+a+b=4$

$$\begin{cases}2a+b=-3\\ -(a+b=3)\end{cases}$$

$\boxed{a=-6}$; $\boxed{b=9}$

b) Para $a=-2$; $b=-8$

$f(x)=x^3-2x^2-8x=0$; $x(x^2-2x-8)=0$

Cortes con X: $x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+32}}{2}=\dfrac{2\pm6}{2}$ $\to$ $x=4$, $x=-2$

Corte con Y: $f(0)=0$ $\quad x=0$

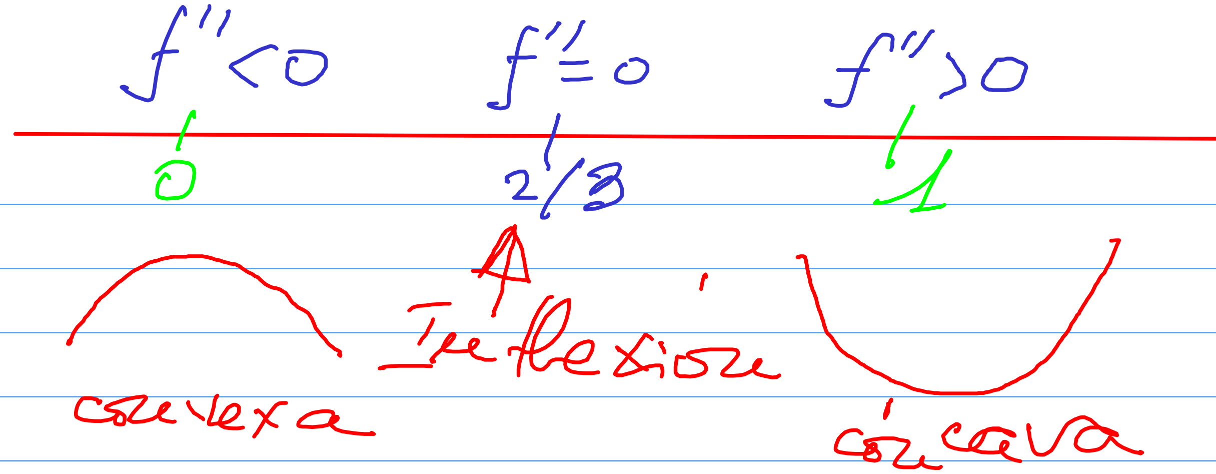
Puntos de inflexión

$f'(x)=3x^2-4x-8$; $f''(x)=6x-4$

$f''(x)=0 \to 6x-4=0$; $x=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

$f'''(x)=6\neq0 \to$ inflexión

Otra forma



El punto de inflexión es $\left(2/3, f(2/3)\right) =$

$= \left(2/3, -5'93\right)$

c) para $a=-2$ y $b=-8$ área del recinto limitado por la gráfica, el eje X

I) Ya hemos hallado los puntos de corte con X de la función $f(x)=x^3-2x^2-8x$; $x=-2$; $x=0$; $x=4$

II) Los recintos son: $[2,0]$ y $[0,4]$

III) Primitiva de $f(x)$:

$$G(x)=\int(x^3-2x^2-8x)=\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-4x^2$$

$$G(-2)=\frac{(-2)^4}{4}-\frac{2(-2)^3}{3}-4(-2)^2=-6'67$$

$$G(0)=0$$

$$G(4)=-42'67$$

Área 1er recinto: $G(0)-G(-2)=6'\hat{6}$ uc

Área 2º recinto: $G(4)-G(0)=-42'\hat{6} \rightarrow 42'\hat{6}$ uc

Área total $=6'\hat{6}+42'\hat{6}=49'\hat{3}$

27) 3º) Calcúlese la probabilidad de cada uno de los sucesos siguientes:
a) Obtener dos caras y una cruz en el lanzamiento de tres monedas equilibradas e indistinguibles.
b) Obtener una suma de puntos igual a 6 ó 7 al lanzar dos dados equilibrados e indistinguibles.

a) $P(2C\,1+) = P(CC+) + P(C+C) + P(+CC) = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

b)

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$P(6 \text{ ó } 7) = \frac{11}{36} = 0'3056$