Selectividad 2008.Junio. Opción A

Ejercicio 1º(3p). Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno en barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada a trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada a trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y en barbecho?

Aparenta ser un ejercicio de programación lineal pero la ausencia de función objetivo pone de manifiesto que se trata de un simple sistema de 3 ecuaciones y 3 incógnitas:

Consideramos **x= hectáreas de barbecho**; **y=hectáreas de trigo**; **z=hectáreas de cebada**. Entonces las condiciones son:

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ y=z+2 \\ x=y+z-6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=10 \\ y-z=2 \\ x-y-z=-6 \end{cases}$$ Gauss $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & -6 \end{array}\right) \begin{array}{c} 1^a \\ 2^a \\ 3^a+1^a \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right)$$

El sistema ya está escalonado y queda:

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ y-z=2 \\ 2x=4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow 2+(2+z)+z=10 \ \rightarrow 2z=6; \ \boldsymbol{z=3} \\ \rightarrow y=2+z \ \rightarrow \ \boldsymbol{y=5} \\ \rightarrow \boldsymbol{x=2} \end{array}$$

La solución es: 2 hectáreas de barbecho, 5 de trigo y 3 de cebada.

Ejercicio 2º(3p).Calcúlese el área de la región plana acotada limitada por las gráficas de las funciones reales de variable real: **f(x)=x²-x** **g(x)=1-x²**

I. Hallamos la función diferencia: $f(x)-g(x)=x^2-x-(1-x^2)=2x^2-x-1$.
Estudiamos los cortes de esta función con el eje X:

$$2x^2-x-1=0 \rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\left\langle \begin{array}{l} x=1 \\ x=-1/2 \end{array}\right.$$

Tenemos entonces un intervalo de integración que es el **[-1/2,1]**

II. Primitiva: $$G(x)=\int(2x^2-x-1)=\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-x$$

III. Valores de la primitiva en los extremos:

$$G(-1/2)=\frac{2(-1/2)^3}{3}-\frac{(-1/2)^2}{2}-(-1/2)=-\frac{1}{12}-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}=\frac{7}{24}$$
$$G(1)=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-1=-\frac{5}{6}$$

IV. $$G(1)-G(-1/2)=-\frac{5}{6}-\frac{7}{24}=-\frac{27}{24}=-\frac{9}{8}=-1{,}125$$

V. Área del recinto: **1,125 u²**

Ejercicio 3º(2p).En un juego consistente en lanzar dos monedas y un dado de 6 caras, un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien consigue una cara y un número mayor o igual a cinco en el dado. a) Calcúlese la probabilidad de que un jugador gane b) Se sabe que una persona ha ganado ¿Cuál es la probabilidad de sacara dos caras al lanzar las monedas?

a) P(2 caras y par)=1/2.1/2.3/6=1/8 P(cx o xc y 5 ó 6)=2.1/4.2/6=1/6
P(ganar)=1/8+1/6=7/24=**0,292**

b) $P(2caras/ganar)=\frac{P(2caras\, y\, par)}{P(ganar)}=\frac{1/8}{7/24}=3/7=0{,}4286$

Ejercicio 4º(2p). El tiempo medio dedicado a escuchar música por estudiantes de secundaria de una cierta ciudad se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos (en minutos):

91; 68; 39; 82; 55; 70; 72; 62; 54; 67

a) Determínese un intervalo de confianza al 90% para el tiempo medio diario dedicado a escuchar música por un estudiante.
b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para conseguir una estimación de la media del tiempo diario dedicado a escuchar música con un error menor que 5 minutos, con un nivel de confianza del 95%

a) El intervalo de confianza para el tiempo medio diario en escuchar música es:

$$\sigma=15;\ n=10;\ 90\% \rightarrow z_{\alpha/2}=1{,}645;\quad \bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{660}{10}=66$$

$$\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(66-1{,}645.\frac{15}{\sqrt{10}};66+1{,}645.\frac{15}{\sqrt{10}}\right)=(58{,}2;73{,}8)$$

b) Para que el error que se comete sea inferior a 5 minutos al estimar la media tenemos que buscar un valor de n que lo haga igual a ese valor y redondearlo por exceso, por lo que sería menor:

$$E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 95\% \rightarrow z_{\alpha/2}=1{,}96 \rightarrow 5=1{,}96\cdot\frac{15}{\sqrt{n}} \rightarrow$$

$$\sqrt{n}=\frac{1{,}96.15}{5}=5{,}88 \rightarrow n=34{,}6$$

El tamaño mínimo de la muestra tendría que ser de **35** individuos