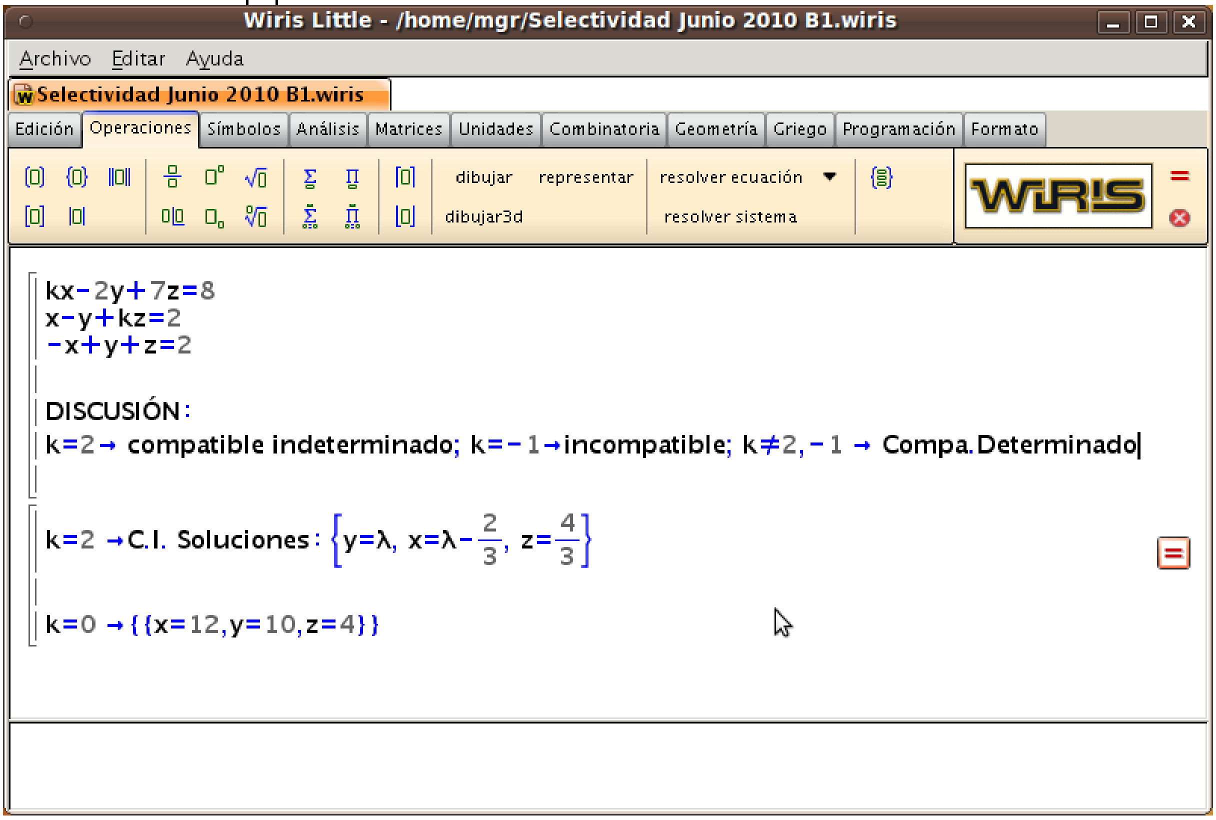
Selectividad 2009-10 Específico B:

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\left\{\begin{aligned} kx - 2y + 7z &= 8 \\ x - y + kz &= 2 \\ -x + y + z &= 2 \end{aligned}\right.$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k = 0$.

El determinante de $|A|=-k^2+k+2=0 \rightarrow k=2$ ó $k=-1$

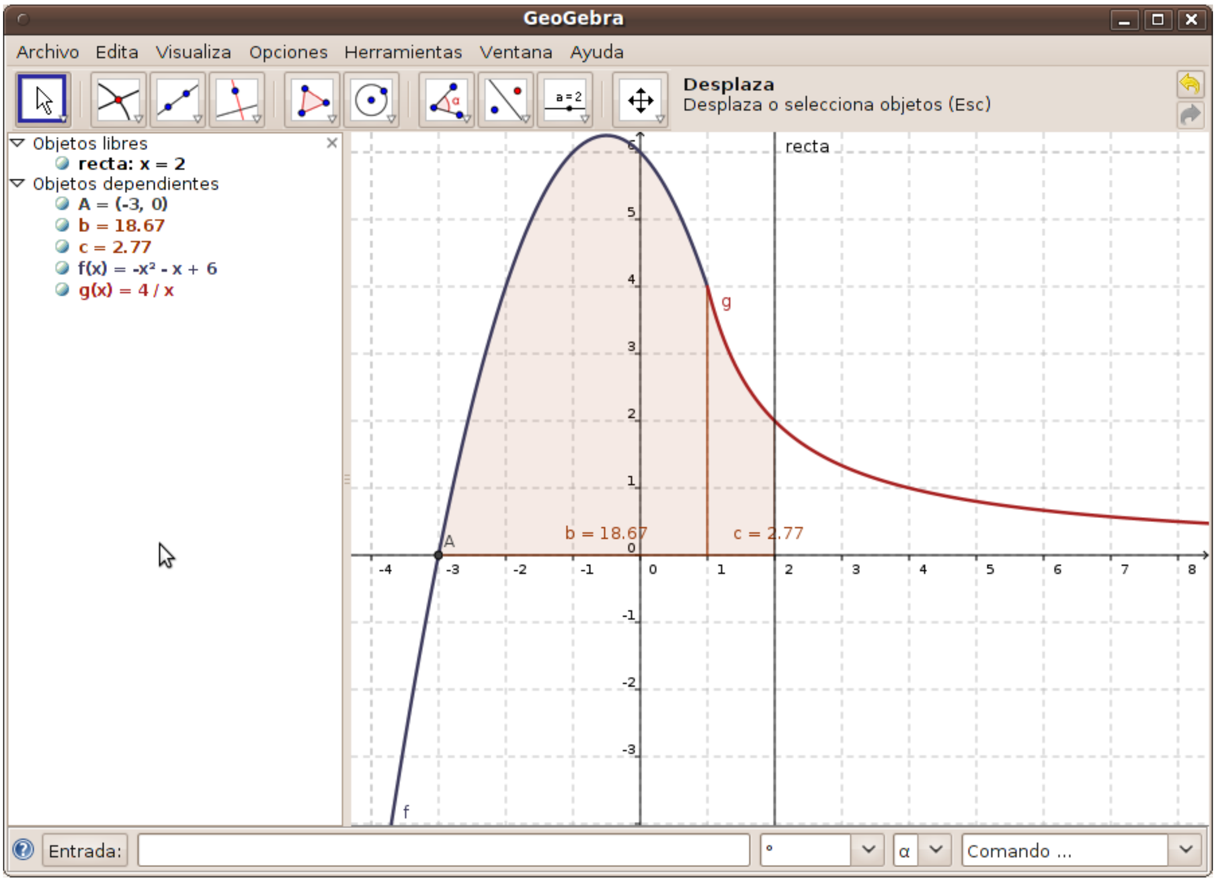


Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - x + a & \text{si} \quad x \leq 1 \\ \dfrac{3}{bx} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

a) Calcúlense los valores de a, b, para que f sea continua y derivable en todos los puntos.
b) Para $a = 6$, $b = 3/4$, determínense los puntos de corte de la gráfica de f con el eje OX. Esbócese la gráfica de f.
c) Para $a = 6$, $b = 3/4$, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f, el eje OX y la recta vertical $x = 2$.

a) Salvo en x=1, f(x) es continua y derivable porque lo son sus dos trozos. En x=1 ha de ser continua: $-(1)^2-(1)+a=3/b$, y derivable: $-2\cdot 1-1=-3/(b\cdot 1^2) \rightarrow$ **b=1** $\rightarrow$ **a=5** Además f(1)=3



Para obtener el área pedida hay que sumar las áreas correspondientes a f(x)= $-x^2-x+6$ en [-3,1] y a f(x)=4/x en [1,2]. Es decir:

$$[-3,1]\rightarrow G(x)=\int(-x^2-x+6)=-x^3/3-x^2/2+6x\rightarrow G(-3)=9-9/2-18=-27/2$$
$$G(1)=-1/3-1/2+6=31/6\rightarrow \acute{A}rea1=G(1)-G(-3)=31/6-(-27/2)=18{,}67\,u^2$$
$$[1,2]\rightarrow G(x)=\int 4/x=4\ln(x)\rightarrow G(1)=4\ln(1)=0\,;\,G(2)=4\ln(2)=2{,}77\,u^2$$

Área total=18,67+2,77=21,44u²

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se dispone de un dado equilibrado de seis caras, que se lanza seis veces con independencia. Calcúlese la probabilidad de cada uno de los sucesos siguientes:
a) Obtener al menos un seis en el total de los seis lanzamientos.
b) Obtener un seis en el primer y último lanzamientos y en los restantes lanzamientos un número distinto de seis.

P(algún 6)=1-P(ningún 6)=1-$(5/6)^6$=0,665102023

P(66'6'6'6'6)=$(1/6)^2(5/6)^4$=0,013395919

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el tiempo de espera de una llamada a una línea de atención al cliente de una cierta empresa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 0,5 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 100 llamadas y se obtiene un tiempo medio de espera igual a 6 minutos.
a) Determínese un intervalo de confianza del 95% para el tiempo medio de espera de una llamada a dicha línea de atención al cliente.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo que debe observarse para que dicho intervalo de confianza tenga una longitud total igual o inferior a 1 minuto?

a) El intervalo de confianza es:

$$\left(6-1{,}96\,.\,\frac{0{,}5}{\sqrt{100}}\,;\,6+1{,}96\,.\,\frac{0{,}5}{\sqrt{100}}\right)=(5{,}902\,;\,6{,}098)$$

b) Para que la longitud del intervalo sea inferior a 1 minuto es necesario que el error máximo admitido sea de 0,5 minutos. Por tanto:

$1{,}96\,.\,\frac{0{,}5}{\sqrt{n}}=0{,}5\rightarrow\sqrt{n}=1{,}96\rightarrow n=3{,}8416$ La muestra ha de tener tamaño **4** como mínimo.