2. **Opera y simplifica el resultado:**

a) $\dfrac{(x+5)^2-2x(x+5)}{(x+5)^4}$ **b)** $\left(\dfrac{x+1}{x}-\dfrac{x}{x+2}\right):\left(1+\dfrac{x}{x+2}\right)$

a) $\dfrac{(x+5)^2-2x(x+5)}{(x+5)^4}=\dfrac{(x+5)-2x}{(x+5)^3}=\dfrac{5-x}{(x+5)^3}$

b) $\left(\dfrac{x+1}{x}-\dfrac{x}{x+2}\right):\left(1+\dfrac{x}{x+2}\right)=\left(\dfrac{(x+1)(x+2)-x^2}{x(x+2)}\right):\left(\dfrac{x+2+x}{x+2}\right)=$

$=\left(\dfrac{x^2+3x+2-x^2}{x(x+2)}\right):\left(\dfrac{2x+2}{x+2}\right)=$

$=\left(\dfrac{3x+2}{x(x+2)}\right)\cdot\left(\dfrac{x+2}{2x+2}\right)=\dfrac{3x+2}{x(2x+2)}=\dfrac{3x+2}{2x^2+2x}$

3. **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $\dfrac{3x+1}{3}-\dfrac{5x^2+3}{2}=\dfrac{x^2-1}{2}-\dfrac{x+2}{3}$ **b)** $x^4-8x^2-9=0$

c) $x-\sqrt{2x-1}=1-x$ **d)** $\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{x+3}{x+1}=\dfrac{x^2-3}{(x+1)(x-3)}$

a) $\dfrac{3x+1}{3}-\dfrac{5x^2+3}{2}=\dfrac{x^2-1}{2}-\dfrac{x+2}{3}$

Multiplicando por mín.c.m.$(2, 3) = 6$ $\rightarrow$

$\rightarrow\ 2(3x+1)-3(5x^2+3)=3(x^2-1)-2(x+2)\ \rightarrow$

$\rightarrow\ 6x+2-15x^2-9=3x^2-3-2x-4\ \rightarrow\ -15x^2+6x-7=3x^2-2x-7\ \rightarrow$

$\rightarrow\ 18x^2-8x=0\ \rightarrow\ 2x(9x-4)=0 \begin{cases} 2x=0\ \rightarrow\ x_1=0 \\ 9x-4=0\ \rightarrow\ x_2=\dfrac{4}{9}\end{cases}$

b) $x^4-8x^2-9=0\ \xrightarrow{x^2=y}\ y^2-8y-9=0$

$y=\dfrac{8\pm\sqrt{64-4\cdot(-9)\cdot(1)}}{2}=\dfrac{8\pm 10}{2} \begin{cases} y=9\ \rightarrow\ x^2=9\ \rightarrow\ x=\pm 3 \\ y=-1\ \text{(no vale)}\end{cases}$

c) $x-\sqrt{2x-1}=1-x\ \rightarrow\ (2x-1)^2=\left(\sqrt{2x-1}\right)^2\ \rightarrow\ 4x^2-4x+1=2x-1\ \rightarrow$

$\rightarrow\ 4x^2-6x+2=0\ \rightarrow\ 2x^2-3x+1=0$

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-4\cdot(2)\cdot(1)}}{4}=\dfrac{3\pm 1}{4} \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Bigg\}$ (Son válidas ambas soluciones.)

d) $\dfrac{x}{x-3} - \dfrac{x+3}{x+1} = \dfrac{x^2-3}{(x+1)(x-3)} \rightarrow (x+1)\cdot x - (x-3)(x+3) = x^2 - 3 \rightarrow$

$\rightarrow x^2 + x - (x^2 - 9) = x^2 - 3 \rightarrow$

$\rightarrow x^2 + x - x^2 + 9 = x^2 - 3 \rightarrow$

$\rightarrow x + 9 = x^2 - 3 \rightarrow x^2 - x - 12 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\cdot(1)\cdot(-12)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^{x^2}\cdot 3^{-2} = 9$

b) $5^{x^2}\cdot 25^{x-1} = 5^{3x}$

a) $3^{x^2}\cdot 3^{-2} = 9 \rightarrow 3^{x^2-2} = 3^2 \rightarrow x^2 - 2 = 2 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

b) $5^{x^2}\cdot 25^{x-1} = 5^{3x} \rightarrow 5^{x^2}\cdot (5^2)^{x-1} = 5^{3x} \rightarrow 5^{x^2}\cdot 5^{2x-2} = 5^{3x} \rightarrow$

$\rightarrow 5^{x^2+2x-2} = 5^{3x} \rightarrow x^2 + 2x - 2 = 3x \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\cdot(1)\cdot(-2)}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

5. Resuelve estos sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} xy = -2 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \sqrt{-2x} + y = -1 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

a) $\begin{cases} xy = -2 \quad \rightarrow x = -\dfrac{2}{y} \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

$3\left(-\dfrac{2}{y}\right) + 2y = -1 \rightarrow -\dfrac{6}{y} + 2y = -1 \rightarrow -6 + 2y^2 = -y \rightarrow 2y^2 + y - 6 = 0$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4\cdot(2)\cdot(-6)}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4} \begin{cases} y_1 = \dfrac{3}{2} \rightarrow x_1 = -\dfrac{4}{3} \\ y_2 = -2 \rightarrow x_2 = 1 \end{cases}$$

Hay dos pares de *soluciones:*

$x_1 = -\dfrac{4}{3};\ y_1 = \dfrac{3}{2} \qquad x_2 = 1;\ y_2 = -2$

b) $\begin{cases} \sqrt{-2x} + y = -1 \\ x - 2y = 4 \quad \rightarrow \quad x = 4 + 2y \end{cases}$

$$\sqrt{-2(4 + 2y)} + y = -1 \;\rightarrow\; \left(\sqrt{-8 - 4y}\right)^2 = (-1 - y)^2 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; -8 - 4y = 1 + 2y + y^2 \;\rightarrow\; y^2 + 6y + 9 = 0$$

$$y = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot (1) \cdot (9)}}{2} = \frac{-6}{2} \;\rightarrow\; y = -3$$

$$x = 4 + 2(-3) \;\rightarrow\; x = -2$$

Solución: $x = -2$; $y = -3$

6. **Resuelve por el método de Gauss:**

a) $\begin{cases} \mathbf{3x - 5y + z = 11} \\ \mathbf{x + 2y - 3z = -10} \\ \mathbf{x + y - 2z = -6} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{x - 5y + 9z = 4} \\ \mathbf{2x + y - 3z = 2} \\ \mathbf{x + 17y - 33z = 0} \end{cases}$

a) $\left.\begin{cases} 3x - 5y + z = 11 \\ x + 2y - 3z = -10 \\ x + y - 2z = -6 \end{cases}\right\} \begin{matrix} \xrightarrow{1.^a - 3 \cdot 3.^a} \\ \xrightarrow{2.^a - 3.^a} \\ \xrightarrow{3.^a} \end{matrix} \left.\begin{matrix} -8y + 7z = 29 \\ y - z = -4 \\ x + y - 2z = -6 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \xrightarrow{1.^a + 8 \cdot 2.^a} \\ \xrightarrow{2.^a} \\ \xrightarrow{3.^a} \end{matrix}$

$$\left.\begin{matrix} -z = -3 \\ y - z = -4 \\ x + y - 2z = -6 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \rightarrow z = 3 \\ \rightarrow y = -1 \\ \rightarrow x = 1 \end{matrix}$$

Solución: $x = 1$; $y = -1$; $z = 3$

b) $\left.\begin{cases} x - 5y + 9z = 4 \\ 2x + y - 3z = 2 \\ x + 17y - 33z = 0 \end{cases}\right\} \begin{matrix} \xrightarrow{1.^a} \\ \xrightarrow{2.^a - 2 \cdot 1.^a} \\ \xrightarrow{3.^a - 1.^a} \end{matrix} \left.\begin{matrix} x - 5y + 9z = 4 \\ 11y - 21z = -6 \\ 22y - 42z = -4 \end{matrix}\right\}$

$$\begin{matrix} \xrightarrow{1.^a} \\ \xrightarrow{2.^a} \\ \xrightarrow{3.^a - 2 \cdot 2.^a} \end{matrix} \begin{matrix} x - 5y + 9z = 4 \\ 11y - 21z = -6 \\ 0 = 8 \end{matrix}$$

El sistema no tiene solución.

7. Resuelve:

a) $x^2 + 5x \geq 0$ **b)** $x^2 - 25 < 0$ **c)** $\begin{cases} 2x + 1 \geq 7 \\ x + 1 \leq 8 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ y - 2x \geq 3 \\ y \leq 3 \end{cases}$

a) $x^2 + 5x \geq 0 \ \rightarrow \ x(x + 5) \geq 0$

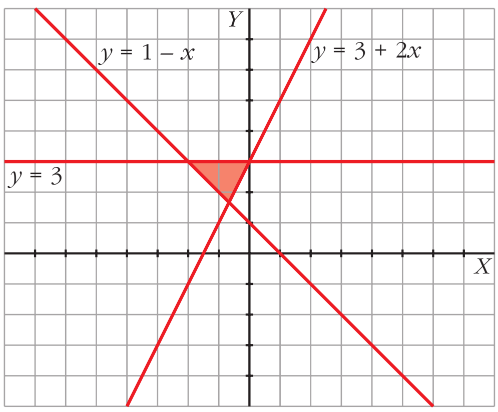
Las raíces de $x(x + 5) = 0$ son 0 y –5:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Si } x = -6 & \rightarrow & -6(-6 + 5) > 0 \\ \text{Si } x = -1 & \rightarrow & -1(-1 + 5) < 0 \\ \text{Si } x = 1 & \rightarrow & 1(1 + 5) > 0 \end{array}\right\} \ \textit{Solución: } (-\infty, -5] \cup [0, +\infty)$$

b) $x^2 - 25 < 0 \ \rightarrow \ x^2 < 25 \ \rightarrow \ -5 < x < 5 \ \rightarrow$ *Solución:* $(-5, 5)$

c) $\left.\begin{cases} 2x + 1 \geq 7 & \rightarrow \ 2x \geq 6 \ \rightarrow \ x \geq 3 \\ x + 1 \leq 8 & \rightarrow \ x \leq 7 \end{cases}\right\}$ *Solución:* $[3, 7]$

d) $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ y - 2x \geq 3 \\ y \leq 3 \end{cases}$ La solución es el recinto sombreado:



8. Un tendero invierte 125 € en la compra de una partida de manzanas. Desecha 20 kilos por defectuosas y vende el resto, aumentando 0,40 € cada kilo sobre el precio de compra, por 147 €. ¿Cuántos kilos compró?

Llamamos x al número de kilos que compró el tendero.

Llamamos y al precio al que compra cada kilo de manzanas.

$$\begin{cases} x \cdot y = 125 \\ (x - 20)(y + 0{,}4) = 147 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema (nos quedamos solo con la solución positiva):

$x = 125, \ \ y = 1$

Por tanto, el tendero compró 125 kg.